

Analysis I für Informatiker und Statistiker

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Definieren Sie für die Aussagen A und B das *ausschließende “Oder”* (“entweder A oder B ”) durch Angabe der zugehörigen Wahrheitstafel, und finden Sie eine äquivalente Beschreibung unter Verwendung der Symbole \neg, \wedge, \vee .

Aufgabe 2 (4 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen allgemein gültig sind:

(i) $\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B)$

(ii) $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

(b) Ist die Aussage $(B \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow A$ ebenfalls allgemein gültig?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden mengentheoretischen Identitäten, die bereits in der Vorlesung vorgestellt wurden.

(a) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

(b) $M \setminus (A \cap B) = (M \setminus A) \cup (M \setminus B)$

(c) $M \setminus (M \setminus A) = A \cap M$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Betrachten Sie die Aussage:

Zu jeder reellen Zahl a und zu jeder positiven reellen Zahl ϵ existiert eine rationale Zahl q , so daß die Abweichung zwischen a und q kleiner als ϵ ist.

(a) Geben Sie eine mathematische Formulierung dieser Aussage (unter Benützung der Quantoren).

(b) Wie lautet die Negation dieser Aussage (in Quantorenschreibweise)?

(c) Sei $a = 10.04987\dots$ und $\epsilon = \frac{1}{100}$. Geben Sie ein geeignetes q an, das a innerhalb der Genauigkeit ϵ approximiert.

Aufgabe 5*

Bei Verleihung des Preises der Baffleburg Tribune für das beste neue Kreuzworträtsel geht es nicht ganz unparteiisch zu. Albright und Branebender sind Neffen des Besitzers der Zeitung und deshalb muß wenigstens einer von ihnen einen Preis bekommen. Branebender oder Catchfinder müssen aber auch gewinnen, aber nicht beide, weil sie den Preis im vorigen Jahr gemeinsam bekommen haben. Dodgeley oder Egghead, oder beide, sind auch als Sieger vorgemerkt. Freilich, sollte Egghead Preisträger werden, muß Dodgeley auch gewinnen, sonst ist der Teufel los. Zu alledem hat Catchfinder auch noch das Kreuzworträtsel von Dodgeley abgeschrieben; also müssen beide einen Preis kriegen – oder keiner von beiden. Und Albright will den Preis ablehnen, wenn Egghead auch einen bekommt! Wer von den fünf kriegt einen Preis?

Führen Sie Aussagen A,B,C,D,E jeweils mit der Bedeutung ein, dass die Person mit demselben Anfangsbuchstaben einen Preis erhält. Geben Sie einen damit gebildeten logischen Ausdruck an, der für eine zulässige Preisverteilung wahr ist.

Lösen Sie die Aufgabe dann von Hand oder mit einem Programm.

(Hinweis: Führen Sie im Programm für die Aussagen A, . . . ,E logische Variablen ein und werten Sie den oben gebildeten Ausdruck für alle Wahrheitsbelegungen dieser Variablen aus.)

Abgabe einzeln oder zu zweit: Montag, 5.11.2007 bis 16¹⁵ Uhr,
Übungskasten vor der Bibliothek im 1. Stock

*Die Zusatzaufgaben sollen weitere Anwendungsmöglichkeiten des Vorlesungsstoffes aufzeigen. Sie werden aber nicht korrigiert und sind auch nicht prüfungsrelevant.